

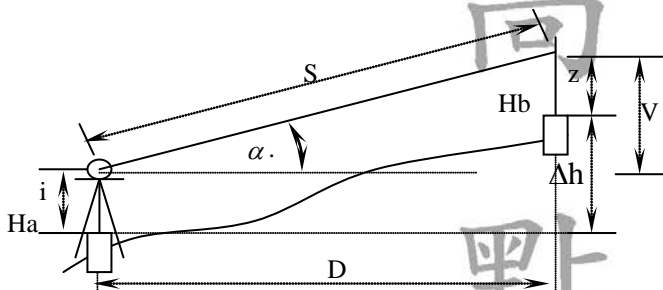
# 測量學概要

一、試繪圖及列出公式說明於已知A點(高程= $H_a$ )以全測站儀(Total Station)測量獲得未知B點高程( $H_b$ )之原理，並列出其誤差來源。(25分)

**試題評析** 本題為三角高程之應用

**考點命中** 《高點建國土木測量學講義》第三章之三角高程。

解：



由於本題提供全測站儀，視為可測斜距 $S$ 。

量測 A 點之儀器高( $i$ )

照準 B 點尺高( $z$ )之位置得到天頂距，再換算成仰(俯)角 $\alpha$ (務必正倒鏡觀測取平均或定得指標差"  $I$ " 加以改正)

$$V = S \sin \alpha$$

公式:  $\Delta h + z = V + i$

$$H_b = H_a + \Delta h = H_a + S \sin \alpha + i - z$$

由公式可以分析，可能造成誤差的來源包含

1. A點高程所包含的誤差
2. 斜距 $S$ 測量之 誤差
3. 仰(俯)角 $\alpha$ 之觀測誤差
4. 儀器高 $i$ 量測之誤差
5. 照準B點尺高 $z$ 之誤差

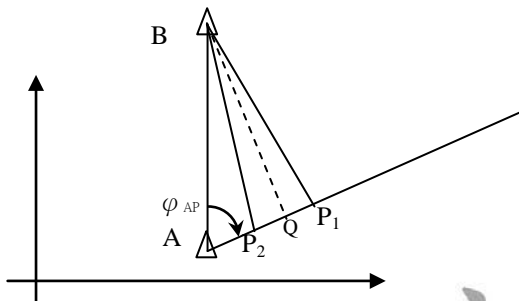
二、於二維平面直角坐標系統(E,N)中，已知A、B二點之坐標分別為(100.00, 20.00)、(100.00, 120.00)(單位:m)，由A、B二點分別觀測得方位角 $\phi_{AP} = 60^\circ 0' 0''$ 、

距離 $\overline{BP} = 90.00\text{m}$ ，試列出觀測方程式並計算P點之平面坐標( $E_p, N_p$ )，並說明以此方式測定點位有何缺失？(25分)

**試題評析** 本題為坐標系統之方位角距離求坐標之應用。

**考點命中** 《高點建國土木測量學講義》第五章坐標系統之應用。

解：



本題之概略方位如上圖。AB長度100，依據坐標可知A、B均落於同一Y軸(X=100)處當 $\phi_{AP}=60^\circ$ ，繪輔助線BQ為垂直AP之垂線，Q為垂點。

可計算 $BQ = 100 \cdot \sin(60) = 86.603 \text{ m}$ 、 $AQ = 100 \cdot \cos(60) = 50 \text{ m}$

已知 $BP=90\text{m}$ 。P點可能落於 $P_1$ 或 $P_2$ 。

依據畢氏定理， $QP_1=QP_2 = \sqrt{BP_1^2 - BQ^2} = \sqrt{BP_2^2 - BQ^2} = \sqrt{90^2 - 86.603^2} = 24.495\text{m}$

即 $AP_1=50+24.495=74.495\text{m}$

而 $AP_2=50-24.495=25.505\text{m}$

已知 $\phi_{AP}=60^\circ$ ，由方程式

$$\begin{cases} X_P = X_A + \Delta X_{AP} = X_A + D_{AP} \cdot \sin \phi_{AP} \\ Y_P = Y_A + \Delta Y_{AP} = Y_A + D_{AP} \cdot \cos \phi_{AP} \end{cases}$$

$$P_1 \text{ 坐標 } \begin{cases} X_{P_1} = X_A + \Delta X_{AP_1} = X_A + D_{AP_1} \cdot \sin \phi_{AP_1} \\ Y_{P_1} = Y_A + \Delta Y_{AP_1} = Y_A + D_{AP_1} \cdot \cos \phi_{AP_1} \end{cases}, \begin{cases} X_{P_1} = 100 + 74.495 \cdot \sin 60^\circ \\ Y_{P_1} = 20 + 74.495 \cdot \cos 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{P_1} = 164.515 \\ Y_{P_1} = 57.248 \end{cases}$$

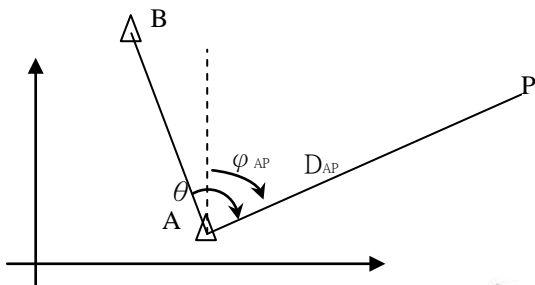
$$P_2 \text{ 坐標 } \begin{cases} X_{P_2} = X_A + \Delta X_{AP_2} = X_A + D_{AP_2} \cdot \sin \phi_{AP_2} \\ Y_{P_2} = Y_A + \Delta Y_{AP_2} = Y_A + D_{AP_2} \cdot \cos \phi_{AP_2} \end{cases}, \begin{cases} X_{P_2} = 100 + 25.505 \cdot \sin 60^\circ \\ Y_{P_2} = 20 + 25.505 \cdot \cos 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{P_2} = 122.088 \\ Y_{P_2} = 32.753 \end{cases}$$

三、於二維平面直角坐標系統中，試繪圖說明由二個可通視的已知點中之一架設全站儀(Total Station)利用光線法(導線法)測定新點之步驟與計算新點平面坐標之公式，並分析距離誤差及角度誤差於新點平面坐標誤差之影響。(25分)

試題評析	本題為坐標系統之方位角距離求坐標之應用。
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第五章坐標系統之應用。

解：



AB為可通視之已知點，可計算 $\varphi_{AB}$

於A點架設全站儀，後視B點、前視P點，記錄角度 $\theta$ 與距離 $D_{AP}$ 。

分析一：

測角誤差對於P點會產生垂直於觀測方向之偏差

測距誤差對於P點會產生沿著觀測方向之偏差

角度 $\theta$ 可換算方位角 $\varphi_{AP}$

光線法方程式  $\begin{cases} X_P = X_A + \Delta X_{AP} = X_A + D_{AP} \cdot \sin \varphi_{AP} \\ Y_P = Y_A + \Delta Y_{AP} = Y_A + D_{AP} \cdot \cos \varphi_{AP} \end{cases}$  可求得P點坐標

$$\rightarrow \text{偏微分} \begin{cases} X_P = X_{P0} + dX_P = X_{P0} + X_A + \sin \varphi_{AP} \cdot dD_{AP} + D_{AP} \cdot \cos \varphi_{AP} \cdot \frac{d\varphi_{AP}}{\rho''} \\ Y_P = Y_{P0} + dY_P = Y_{P0} + Y_A + \cos \varphi_{AP} \cdot dD_{AP} + D_{AP} \cdot (-\sin \varphi_{AP}) \cdot \frac{d\varphi_{AP}}{\rho''} \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{誤差傳播} \begin{cases} M_{X_P}^2 = M_{X_A}^2 + (\sin \varphi_{AP})^2 \cdot M_{D_{AP}}^2 + (D_{AP} \cdot \cos \varphi_{AP})^2 \cdot \left(\frac{M_{\varphi_{AP}}}{\rho''}\right)^2 \\ M_{Y_P}^2 = M_{Y_A}^2 + (\cos \varphi_{AP})^2 \cdot M_{D_{AP}}^2 + (D_{AP} \cdot (-\sin \varphi_{AP}))^2 \cdot \left(\frac{M_{\varphi_{AP}}}{\rho''}\right)^2 \end{cases}$$

分析二

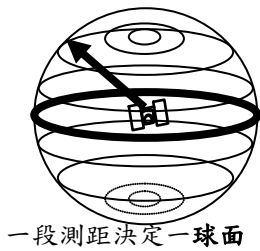
由觀測方程式推導之誤差傳播公式可以看出

1. P點之誤差來源包含已知A點之坐標誤差、推算之方位角 $\varphi_{AB}$ 誤差及測距 $D_{AB}$ 誤差
2. 測距誤差之影響與方位角有關，方位角接近90或270時，測距誤差對P點的X坐標影響小，對P點的Y坐標影響大。方位角接近0或180時，測距誤差對P點的X坐標影響大，對P點的Y坐標影響小。
3. 測角誤差則同時受測距長度與方位角影響，距離越長，測角誤差的影響均增加。方位角接近90或270時，測距誤差對P點的X坐標影響大，對P點的Y坐標影響小。方位角接近0或180時，測距誤差對P點的Y坐標影響大，對P點的X坐標影響小。

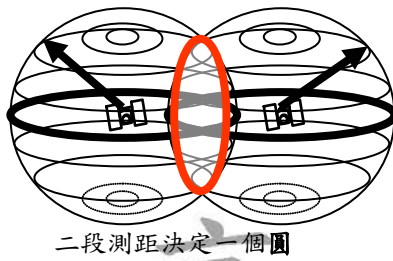
四、試說明全球定位系痛(Global Positioning System, GPS)單點定位靜態測量之基本概念與計算地面三維坐標之觀測方程式。(25分)

試題評析	本題為討論GPS的定位概念
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第10章GPS測量中的第三章。

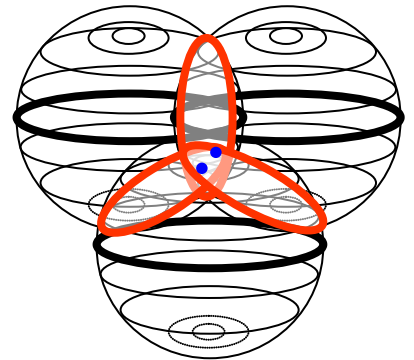
解：



一段測距決定一球面

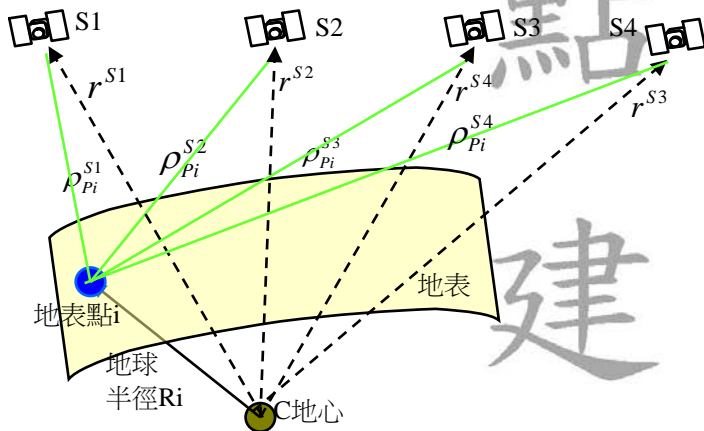


二段測距決定一個圓



三段測距決定二個點  
其中一點為合理值  
(四段測距可確定)

首先，地面接收儀至少需同時接收四顆(完整有效)的衛星訊號，可得唯一解，惟無法進行平差與偵錯。因此，一般在使用上均於接收儀內設定至少需同時接收五顆衛星訊號方可解算。



解算地面接收儀之三維坐標，是透過同時計算接收儀與多顆衛星之虛擬距離(或載波相位)後，交會出地面接收儀與衛星之相對位置。

由於衛星之空間坐標系統(WGS84)的坐標是已知，因此可再進一步推算地面接收儀之WGS84坐標，再透過坐標轉換，可推算地面接收儀之當地坐標系統的坐標值(TWD97)

地面接收儀所接收的衛星資訊有兩類：

1. 虛擬距離觀測：

$$\rho_i = R + c \cdot (dt - dT) + dtrop + dion_i + \epsilon\rho_i$$

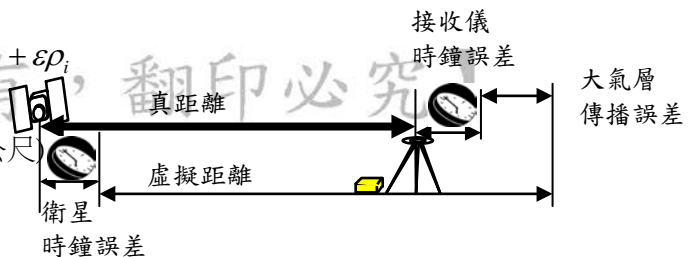
$\rho_i$  : 量測所得虛擬距離(公尺)

$R$  : 衛星到接收儀間真實距離(公尺)

$c$  : 真空中光速(公尺/秒)

$dt$  : 接收儀時鐘誤差(秒)

$dT$  : 衛星時鐘誤差(秒)



$dtrop$  : 對流層延遲誤差(公尺)

$dion_i$  : 電離層延遲誤差(公尺)

$\epsilon\rho_i$  : 虛擬距離觀測量之雜訊及多路徑效應(公尺)

2. 載波相位觀測 :

$L_i^j = R_i^j + c \cdot (dt_i - dT^j) + dtrop_i^j - dion_i^j + \lambda_k \cdot N_i^j + \epsilon L_i^j$  (上標: 衛星編號, 下標: 接收器編號)

$L_i^j$  : 量測所得相位觀測量(公尺)

$R$  : 衛星到接收儀間真實距離(公尺)

$c$  : 真空中光速(公尺/秒)

$dt$  : 接收儀時鐘誤差(秒)

$dT$  : 衛星時鐘誤差(秒)

$dtrop$  : 對流層延遲誤差(公尺)

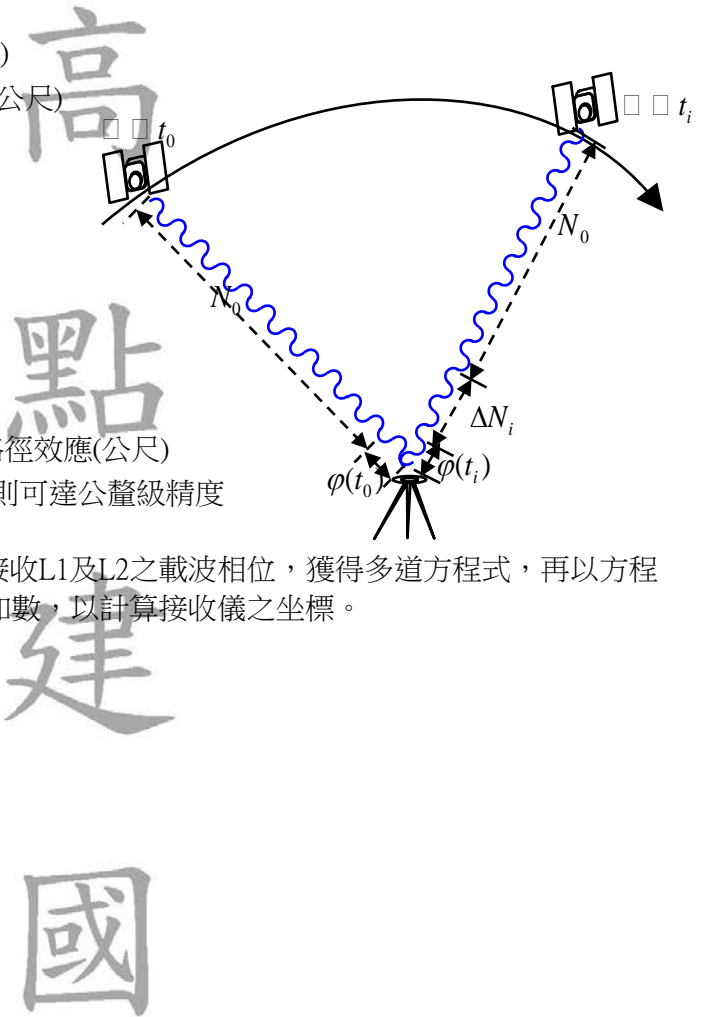
$dion_i$  : 電離層延遲誤差(公尺)

$\lambda_k$  : 載波之波長(公尺)

$N_i^j$  : 相位未定值(cycles)

$\epsilon L_i^j$  : 相位觀測量之雜訊及多路徑效應(公尺)

相位量測精度為訊號波長1%, 則可達公釐級精度



單點定位靜態觀測，是透過長時間接收L1及L2之載波相位，獲得多道方程式，再以方程式之線性組合進行解算方程式之未知數，以計算接收儀之坐標。

【版權所有，翻印必究】