

測量學

一、就平面定位，回答下列問題：

(一)三角測量規範中規定三角形各內角不得大於 120° ，亦不得小於 30° ，理由為何？(5分)

(二)導線測量規範中對折角大小無限制，理由為何？(15分)

試題評析	於三角測量及導線測量中討論測角誤差之影響。
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第一回 Chap6Page1、Chap7Page5。

解：

(一)三角測量之邊長計算公式，乃由正弦定律導來。

小角度之正弦變率大，測角如有誤差則影響於邊長之誤差亦大。

當角度增大至 90° 時則正弦變率隨之遞減而趨近於零，此時測角誤差影響於邊長誤差為最小。是以邊長誤差之大小與三角形內角之大小有密切關係。

且該項誤差，又間接影響於三角點位之正確性，因點位座標係由邊長與方位角計算而得。

故三角測量選點時，限制內角角度是為了限制測角誤差造成三角點位坐標之影響。

(二)導線測量之坐標乃是透過光線法計算所得，即逕以邊長與方位角計算而得，其夾角造成的坐標誤差不影響邊長，故於導線測量並不限制折角。

二、請說明下列問題：

(一)在全球定位系統(Global Positioning System, GPS)之解算時，常會將遮蔽角(Mask angle)設定大於 10° ，其原因為何？(10分)

(二)GPS之動態定位法有兩種，通常後處理動態定位法(Post-Process Kinematic, PPK)之精度會優於即時動態定位法(Real-Time Kinematic, RTK)之精度，其原因為何？(10分)

試題評析	GPS之測量限制。
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第二回 Chap10Page5。

解：

GPS解算需透過直接接收衛星訊號。

衛星訊號自衛星傳送至接收儀，途中會受到許多干擾，包含空氣中的雜質、電波、、、，因此限制水平方向 10° 以下之訊號不予接收，即是減少接收受干擾的訊息造成計算的錯誤或失敗。

RTK(RealTimeKinematic)是一種利用載波相位觀測值結合數據傳輸技術即時快速高精度定位功能的差分測量技術，能夠即時提供測站三維定位結果，達到釐米級精度。但是易因衛星訊號或數據傳輸被干擾的影響而降低精度或失敗。

PPK則採用後處理的方式進行數據傳輸與解算，因此能減少各種干擾的影響，也無RTK數據傳輸距離的限制，精度也可提高。

三、已知一個平面三角形，測得兩邊長 a 、 b ，以及對應中誤差分別為 m_a 、 m_b ，且協變方(Covariance)為 m_{ab} ；另亦獨立測得兩邊之夾角 θ ，其中誤差為 m_θ ，試推導三角形面積中誤差公式。(20分)

試題評析 應以廣義誤差傳播模式(矩陣形式)推導三角形面積之中誤差。

考點命中 《高點建國土木測量學講義》第一回 Chap1Page5&Page18。

解：

$$\text{面積計算 } Area = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{偏微分將變數線性化 } Area = Area_0 + \frac{\partial Area}{\partial a} \cdot da + \frac{\partial Area}{\partial b} \cdot db + \frac{\partial Area}{\partial \theta} \cdot d\theta$$

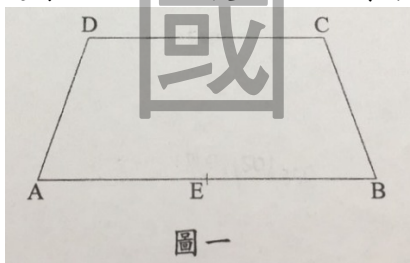
$$\text{其中 } \frac{\partial Area}{\partial a} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \sin(\theta), \quad \frac{\partial Area}{\partial b} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sin(\theta), \quad \frac{\partial Area}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \cos(\theta)$$

已線性化: $Area = f(a, b, \theta)$ 即面積為 a, b, θ 的函數

$$\text{矩陣型式 } \sum_{Area} = B \cdot \sum_{(a,b,\theta)} \cdot B^T$$

$$M_{Area}^2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial Area}{\partial a} & \frac{\partial Area}{\partial b} & \frac{\partial Area}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_a^2 & m_{ab} & 0 \\ m_{ba} & m_b^2 & 0 \\ 0 & 0 & (m_\theta)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Area}{\partial a} \\ \frac{\partial Area}{\partial b} \\ \frac{\partial Area}{\partial \theta} \end{bmatrix}$$

四、如圖一所示，多邊形土地ABCD四個角隅點的坐標依序為：A(450.000m, 150.000m)、B(1150.000m, 150.000m)、C(1050.000m, 450.000m)、D(550.000m, 450.000m)，E為AB之中點，試於CD線上定得F、G兩點，使EF、EG三等分多邊形ABCD。(20分)



試題評析 地籍測量中行列表排列法計算面積之應用。

考點命中 《高點建國土木測量學講義》第二回 Chap11Page2。

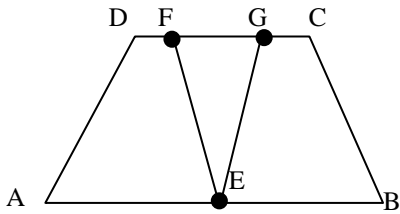
解：

因AB、CD為平行且各自Y值相同，不需進行複雜計算，直接利用梯形公式即可推算。

$$E \text{ 為 } AB \text{ 之中點，故 } E \text{ 點坐標為 } \left(\frac{450 + 1150}{2}, \frac{150 + 150}{2} \right) = (800, 150)$$

$$ABCD \text{ 面積為 } \frac{1}{2} \left| \begin{array}{cccccc} 450 & 1150 & 1050 & 550 & 450 \\ 150 & 150 & 450 & 450 & 150 \end{array} \right| = 180000 \text{ 平方公尺}$$

於 CD 線上定兩點，使 EF、EG 三等分多邊形 ABCD，即每區塊為 60000 平方公尺



即 $AEFD = EBCG = EFG = 60000$ 平方公尺

$AE = 350$ ，梯形高 300，假設 $DF = x$ ，則 $AEFD = \frac{1}{2}(x + 350) \cdot 300 = 60000$ ，則 $x = 50$ 公尺

同理， $GC = 50$ 公尺。

F 坐標 = (600, 450)

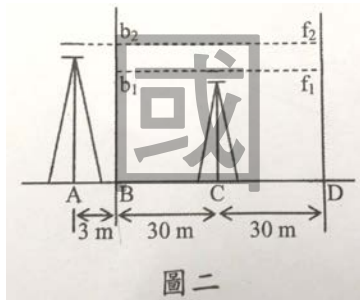
G 坐標 = (1000, 450)

五、如圖二，A, B, C, D 四點之水平位置共線，點間距如圖所示。B, D 置水準尺，置水準儀於 C 得 $b_1 = 0.923\text{m}$ ， $f_1 = 0.875\text{m}$ ，後將水準儀移至 A，得讀數 $b_2 = 1.145\text{m}$ ， $f_2 = 1.100\text{m}$ 。

回答下列問題：

(一) 計算視準軸誤差(仰角為“+”，俯角為“-”)。(10分)

(二) 依所提供之數據是否可求 $H_D - H_B$ 之中誤差？若可，提出程序；若不可，提出理由。(10分)



圖二

試題評析 視準軸之校正。

考點命中 《高點建國土木測量學講義》第一回 Chap3Page9。

解：

(一) 計算視準軸誤差

$$\Delta h_1 = b_1 - f_1 = 0.923 - 0.875 = 0.048$$

$$\Delta h_2 = b_2 - f_2 = 1.145 - 1.100 = 0.045$$

Δh_1 不等於 Δh_2 ，有視準軸誤差。

假設視準軸誤差 θ 向上，30m 的影響為 e ，63m 的影響為 $2.1e$ ，3m 的影響為 $0.1e$
正確高程差

$$\Delta h = (b_1 - e) - (f_1 - e) = 0.048$$

$$\Delta h = (b_2 - 0.1e) - (f_2 - 2.1e) = 0.045 + 2e$$

故 $\Delta h = 0.048$ 、 $e = 0.0015$ 向上， $\theta = 10.3''$ 向上

視準軸誤差 $\theta = 10.3''$

(二) 計算 $H_D - H_B$ 之中誤差

中誤差所探討為偶然誤差

視準軸之誤差為系統誤差，應於施測前進行儀器檢校並予以校正
不應納入中誤差之分析與計算。

高 點 建 國

【版權所有，翻印必究】