

《統計實務（以實例命題）》

試題評析

今年統計實務的高普考考題全部皆是統計學內容，完全與統計實務應有的內容無關。若考生們統計學準備的不錯，機率分配、假設檢定等都是統計學的重要考題，但是高考比普考難度較高，應該會有80分以上的高分表現。

- 一、某種蟹類被列為保育類動物，牠們在產卵季節時要橫越海邊的馬路。已知車子經過牠們時被壓死的機率是0.64，而且一隻蟹通過馬路的平均時間為3.28分鐘。因此科學家算出一隻蟹過馬路被壓死的機率是 $0.64(1 - \exp(-3.28\lambda))$ ，其中 λ 代表平均一分鐘通過的車輛數。連續觀察五日，被壓死的個數為320、350、294、287、339，且五日中平均每分鐘通過0.13輛車。
- (一)請估計平均每日有幾隻蟹過馬路。(10分)
- (二)現在我們要限制每日不得超過210隻蟹受害，請問每小時(60分鐘)應不得超過幾輛車通過？(15分)

答：

(一)平均每分鐘通過0.13輛車

$$\Rightarrow \text{一隻蟹過馬路被壓死的機率為 } 0.64(1 - \exp^{-3.28 \times 0.13}) = 0.2222$$

$$\Rightarrow \text{五日平均被壓死的個數為 } \frac{320 + 350 + 294 + 287 + 339}{5} = 318$$

$$\text{因此平均每日有 } \frac{318}{0.2222} = 1431 \text{ 隻蟹過馬路。}$$

(二)假設平均每分鐘通過 λ 輛車

根據(一)平均每日有1431隻蟹過馬路

$$\Rightarrow 1431 \times 0.64(1 - \exp^{-3.28\lambda}) \leq 210$$

$$\Rightarrow \exp^{-3.28\lambda} \geq 0.7707$$

$$\Rightarrow \lambda \leq 0.0794$$

因此每小時不得超過 $0.0794 \times 60 = 4.764$ 輛車通過。

二、某飲料公司的自動裝填系統裝罐的容量為常態分布，平均值367 ml，標準差3 ml。標準為容量至少要355 ml才是合格。

(一)如果標準差不變，平均值要調到多少，合格率才會達到99.9%？(10分)

(二)如果標準差調到1.5 ml，平均值要調到多少，合格率才會達到99.9%？(15分)

答：

(一)令 X 為自動裝填系統裝罐的容量

$$X \sim N(\mu, \sigma^2 = 9)$$

$$\Rightarrow P(X \geq 355) = P(Z \geq \frac{355 - \mu}{3}) = 99.9\%$$

$$\Rightarrow \frac{355 - \mu}{3} = -3.09$$

$$\Rightarrow \mu = 364.27$$

所以平均值要調到364.27，合格率才會達到99.9%。

(二) 令 $X \sim N(\mu, \sigma^2 = 1.5^2)$

$$\Rightarrow P(X \geq 355) = P(Z \geq \frac{355 - \mu}{1.5}) = 99.9\%$$

$$\Rightarrow \frac{355 - \mu}{1.5} = -3.09$$

$$\Rightarrow \mu = 359.635$$

所以平均值要調到359.635，合格率才會達到99.9%。

三、大樂透從2007年開賣至今年六月中旬，共1113期。一個常問的問題是：49個號碼出現的機率是否一樣？為了簡化問題，我們作法如下：根據統計，出現下列5個號碼的總數為810次，各個號碼出現的次數如下表：

號碼	3	13	23	33	43
次數	160	165	167	146	172

(一) 如果大樂透是公平的，在總共810次中，我們預期各個號碼會出現多少次？(10分)

(二) 我們是否有充分的證據，說這些號碼出現的機率不同？請做統計檢定分析。取 $\alpha = 0.05$ 。(15分)

答：

(一) 如果是公平的，表示各號碼出現機率相同

$$\Rightarrow 810 \times 0.2 = 162$$

所以預期各個號碼皆會出現162次

(二)

H_0 ：各個號碼出現機率相同

H_1 ：各個號碼出現機率不全相同

號碼	3	13	23	33	43
次數	160	165	167	146	172
理論機率	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
理論次數	162	162	162	162	162

$$\Rightarrow X^2 = \sum \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} = 2.4321$$

$\alpha = 0.05$ ，自由度為4，拒絕域 $X^2 > 9.49$

\Rightarrow Non-Reject H_0

因此在顯著水準為0.05下，沒有證據顯示各個號碼出現的機率不同。

四、某汽車公司要測試兩種輪胎(A與B)。經理挑了8部車，每輛車都接受測試兩種輪胎，直到磨損為止。行走的公里數視為常態分布，並列於下表：

汽車	【版權所有 製必究!】		汽車	【版權所有 製必究!】	
	A	B		A	B
1	33500	36240	5	33215	33500
2	37210	36925	6	47800	37210
3	34318	45300	7	38015	48360
4	42280	32100	8	37810	38200

你會挑選何種輪胎？分析並論述這問題的特殊性。取 $\alpha = 0.01$ 。(25分)

附表

Z percentile, lower tail

Z	0.07	0.08	0.09
2.9	0.998511	0.998559	0.998605
3.0	0.998930	0.998965	0.998999
3.1	0.999238	0.999264	0.999289

Chi-square percentile, upper tail

$v \setminus \alpha$	0.05	0.025
4	9.49	11.14
5	11.07	12.83
6	12.59	14.45

T percentile, upper tail

$v \setminus \alpha$	0.01	0.005
7	2.998	3.499
8	2.896	3.355
9	2.821	3.325

答：

$$\begin{cases} H_0 : \mu_A = \mu_B \\ H_1 : \mu_A \neq \mu_B \end{cases}$$

	SS	df	MS	F
處理	849623	1	849623	0.0159
集區	16571458	7	2367351	
誤差	373906500	7	53415214	
總和	391327581	15		

$$\Rightarrow F = 0.0159$$

$$\Rightarrow C: \{F_{0.01}(1,7) = t_{0.005}^2(7) = 12.243\}$$

\Rightarrow Non-Reject H_0

因此沒有證據說明A和B輪胎有差異。

【版權所有，重製必究！】