

《鋼筋混凝土學與設計》

歐陽老師 主解

計算題參考資料：

混凝土：強度 $f'_c=315 \text{ kgf/cm}^2$ 。鋼筋混凝土：單位重 $w_c=2,400 \text{ kgf/m}^3$ 。鋼筋資料：鋼筋 $D10$ ：直徑 $d_b=0.953 \text{ cm}$ ，截面積 $a_b=0.713 \text{ cm}^2$ ， $f_y=2,800 \text{ kgf/cm}^2$ 。鋼筋 $D25$ ：直徑 $d_b=2.54 \text{ cm}$ ，截面積 $a_b=5.067 \text{ cm}^2$ ， $f_y=4,200 \text{ kgf/cm}^2$ 。

混凝土保護層及兩層鋼筋排列之淨間距依規範要求之最小值計算。

$$f_r = 2.0\sqrt{f'_c} \quad E_c = 15,000\sqrt{f'_c} \quad \bar{\rho}_{\max} = \rho_{\max} + \rho' \frac{f'_s}{f_y}$$

$$\rho_{\max} = \left(\frac{0.85f'_c}{f_y} \right) \beta_1 \left(\frac{0.003}{0.003+0.004} \right) \left(\frac{d_t}{d} \right) \quad \bar{\rho}_{cy} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \cdot \frac{d'}{d} \cdot \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u - \epsilon_y} + \rho'$$

$$l_d = \frac{0.28f_y}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{\left(\frac{c_b + K_{tr}}{d_b} \right)} d_b \quad K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105s_n}$$

一、請回答下列問題：

(一)我國鋼筋混凝土設計規範如何考量構材設計之安全，請敘述其規定內容。(7分)

(二)依照我國鋼筋混凝土設計規範要求，耐震構材之鋼筋，尤其是用以承受地震引致之彎矩與軸力之構架構材及剪力牆之邊界構件，應符合 CNS 560 中 SD 420W 及 SD 280W 之要求。CNS 560 中 SD 420 及 SD 280 鋼筋亦可使用，惟應符合的規定如何？(8分)

(三)鋼筋混凝土梁之縱向鋼筋若分置兩層以上者，其鋼筋配置及兩層淨間距之規定如何？而同層鋼筋間之淨間距之規定又如何？(10分)

試題評析	此為基本觀念之問答，而且在計算題中，也會用到這些問答的內容，有多算考古題的朋友應該都如願拿到分數。惟配分不重，考場請斟酌時間。
考點命中	第(一)小題見《解說鋼筋混凝土》§1-4節。 第(二)小題見《解說鋼筋混凝土》§11-1節。 第(三)小題見《解說鋼筋混凝土》§3-1節內文。本班教材完勝，相似度100%。

解：

(1) 設計時必須使結構混凝土構造物構材之設計強度

足以承受結構分析所得之設計載重，亦即

$$\phi P_n \geq P_u$$

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$\phi V_n \geq V_u$$

$$\phi T_n \geq T_u$$

中為強度折減因數， P_n 、 M_n 、 V_n 、 T_n 為計算強度， P_u 、 M_u 、 V_u 、 T_u 為設計載重。

(2) 應符合下列規定

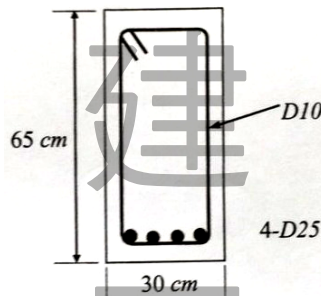
① 實測降伏強度不得超出規定降伏強度 f_y 達 1200 kgf/cm^2 以上。

② 實測極限抗拉強度與實測降伏強度之比值不得小於 1.25。

(3) ① 鋼筋若分置兩層以上者，兩層間之淨距不得小於 2.5 cm ，各層之鋼筋須上下對齊不得錯列。

② 同層平行鋼筋間之淨距不得小於 $1.0 d_b$ ，或粗粒料標稱最大粒徑 1.33 倍，亦不得小於 2.5 cm 。

二、如圖所示之單筋矩形梁斷面資料，其為簡支梁，跨度 6 m ，若除自重外，尚承受其他均佈靜載重 1.0 tf/m ，活載重 1.2 tf/m 。拉力側縱向鋼筋為 4 根 $D25$ ，箍筋為 $D10$ 。試問此梁中央斷面在「使用載重」作用下之鋼筋與混凝土最大應力 f_s 、 f_c 為何？(25 分)



試題評析	使用載重不可以乘載重放大因子，而進行應力計算，仍是採用工作應力法，須拿材料力學公式幫忙算，本題屬常態題目。
考點命中	見《解說鋼筋混凝土》之〔例2-1.1〕，還有同章的〔練習題8〕，相似度達98%。

解：

$$(1) M_{cr} = S f_r = 2.0 \sqrt{f_c} \frac{bh^2}{6} = \frac{1}{3} \sqrt{315} \cdot 30 \cdot 65^2 \cdot \frac{1}{10^5} = 7.5 \text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$W_D = 0.3 \times 0.65 \times 2.4 + 1 = 1.468 \text{ tf/m}$$

$$W_L = 1.2 \text{ tf/m}$$

$$W = W_D + W_L = 2.668 \text{ tf/m}$$

$$M_a = \frac{1}{8} W L^2 = \frac{1}{8} \times 2.668 \times 6^2 = 12.006 \text{ tf}\cdot\text{m} > M_{cr} \quad \text{已開裂}$$

$$\eta = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.04 \times 10^6}{15000 \sqrt{315}} = 7.66$$

$$\eta A_s = 7.66 \times 4 \times 5.067 = 155.253 \text{ cm}^2$$

(2)

$$\text{有效深度 } d = 65 - 4 - 0.953 - \frac{2.54}{2} = 58.777 \text{ cm}$$

設 N.A. 位置 x cm

$$30x\left(\frac{x}{2}\right) = (58.777 - x)(155.253)$$

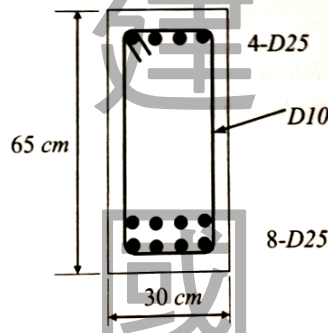
$$\text{解出 } x = 20.03 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3}(30)(20.03)^3 + 155.253(58.777 - 20.03)^2 = 313447 \text{ cm}^4$$

$$f_c = \frac{My}{I_{cr}} = \frac{12.006 \times 10^5 \times 20.03}{313447} = 76.72 \text{ kgf/cm}^2 \text{ 壓應力}$$

$$f_s = \frac{My}{I_{cr}} n = \frac{12.006 \times 10^5 \times (58.777 - 20.03)}{313447} \times 7.66 = 1136.84 \text{ kgf/cm}^2 \text{ 拉應力}$$

三、如圖所示之雙筋矩形梁斷面資料，其為簡支梁，跨度 10 m，若除自重外，尚承受其他均佈靜載重 2.0 tf/m，活載重 2.5 tf/m。拉力側縱向鋼筋為 8 根 D25，壓力側縱向鋼筋為 4 根 D25，箍筋為 D10。試依雙筋矩形梁檢核此梁中央之斷面配筋量，是否滿足規範之安全性要求？(25 分)



試題評析	本題是雙筋梁斷面彎矩分析之典型題目，解題步驟很固定：check 拉力筋降伏否？check 壓力筋降伏否？設極限時中性軸位置 X cm，建立 $\sum F_x = 0$ 解出 X 。惟請注意， $f'_c = 315 \text{ kgf/cm}^2$ ， $\beta_1 = 0.825$ 。
考點命中	參閱《解說鋼筋混凝土》之〔例2-6.1〕，相似達95%。

解：

$$(1) W_D = 0.3 \times 0.65 \times 2.4 + 2 = 2.468 \text{ tf/m}$$

$$W_u = 1.2 W_D + 1.6 W_L = 2.468 \times 1.2 + 1.6 \times 2.5 = 6.9616 \text{ tf/m}$$

$$M_u = \frac{1}{8} W_u L^2 = \frac{1}{8} \times 6.9616 \times 10^2 = 87.02 \text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$d' = 4 + 0.953 + \frac{2.54}{2} = 6.223 \text{ cm}$$

$$d = 65 - 4 - 0.953 - 2.54 - \frac{2.5}{2} = 55.257 \text{ cm}$$

$$d_t = h - d' = 65 - 6.223 = 58.777 \text{ cm}$$

(2) 檢驗極限時拉降否

$$x_b = 0.6d = 0.6 \times 55.257 = 33.154 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 x_b = 27.35 \text{ cm}$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 f_c' a b}{f_y} + A_s' = \frac{0.85 \times 315 \times 27.35 \times 30}{4200} + 4 \times 5.067 = 72.58 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 5.067 \times 8 = 40.536 \text{ cm}^2 < A_{sb} \quad \therefore \text{拉降}$$

(3) 檢驗極限時壓降否

$$x' = 3d' = 3 \times 6.223 = 18.669 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 x' = 0.825 \times 18.669 = 15.4 \text{ cm}$$

$$A_{sb} = \frac{A_s f_y - 0.85 f_c' a b}{f_y - 0.85 f_c'} = \frac{8 \times 5.067 \times 4.2 - 0.85 \times 0.315 \times 15.4 \times 30}{4.2 - 0.85 \times 0.315}$$

$$= 11.84 \text{ cm}^2 < A_s' = 4 \times 5.067 = 20.268 \text{ cm}^2 \quad \therefore \text{壓不降}$$

(4) 設極限時, N.A. 為 x cm

$$T = A_s f_y = 40.536 \times 4.2 = 170.2512 \text{ (tf)}$$

$$C_c = 0.85 f_c' a b = 0.85 (0.315) (0.825 x) (30) = 6.627 x \text{ (tf)}$$

$$\epsilon_s' = \frac{0.003}{x} (x - d') = 0.003 \left(1 - \frac{6.223}{x} \right)$$

$$f_s' = E \epsilon_s' - 0.85 f_c' = 6.12 \left[1 - \frac{6.223}{x} \right] - 0.85 (0.315)$$

$$C_s = A_s' f_s' = 20.268 \left[6.12 \left(1 - \frac{6.223}{x} \right) - 0.85 (0.315) \right]$$

$$= 118.613 - \frac{771.9}{x} \text{ (tf)}$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad C_c + C_s = T$$

$$6.627 x + 118.613 - \frac{771.9}{x} = 170.2512$$

$$\text{解出 } x = 15.37 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 x = 0.825 (15.37) = 12.68 \text{ cm}$$

$$x \text{ 代回得 } C_s = 68.392 \text{ tf}, \quad C_c = 101.857 \text{ tf}$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \left[\frac{d_c}{x} - \frac{5}{3} \right]$$

$$= 0.65 + 0.25 \left[\frac{58.777}{15.37} - \frac{5}{3} \right] = 1.19 \quad \text{取 } \phi = 0.9$$

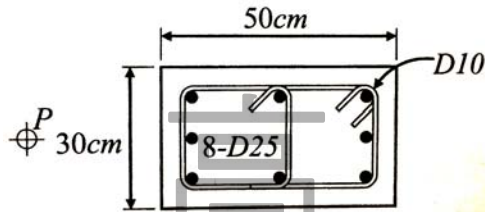
$$\phi M_n = 0.9 \left[C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d') \right]$$

$$= 0.9 \left[(101.857) \left(55.257 - \frac{12.68}{2} \right) + 68.392 (55.257 - 6.223) \right]$$

$$= 7502 \text{ tf}\cdot\text{cm} = 75.02 \text{ tf}\cdot\text{m} < M_u \quad \underline{\underline{N.G.}}$$

不滿足安全性要求

四、如圖所示 30 cm × 50 cm 橫箍筋柱断面，以 8 根 D25 鋼筋均勻環置於柱四周，箍筋為 D10。已知受單向彎矩後，左側為壓力區，且知右側拉力鋼筋應變為降伏應變值之半。試求此狀態下断面之軸力設計強度 ϕP_n 及彎矩設計強度 ϕM_n ？(25 分)



試題評析	柱的設計問題很難手算，除非繪圖表，所以柱多半考分析問題。本題已給定極限時應變分布圖，故只要從應變算應力與力，即可輕鬆得分。 $e = \frac{M_n}{P_n} = 16.36\text{cm}$
考點命中	《解說鋼筋混凝土》之〔例5-2.1〕與〔練習6〕相似度達96%。

解：

$$(1) \quad d = 50 - 4 - 0.953 - \frac{2.54}{2} = 43.777 \text{ cm}$$

$$d' = 4 + 0.953 + \frac{2.54}{2} = 6.223 \text{ cm}$$

$$x = \frac{3}{4}d = 32.83 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 x = 0.825(x) = 27.09 \text{ cm}$$

$$C_c = 0.85 f'_c a b = 0.85 \times 0.315 \times 30 \times 27.09 = 217.576 \text{ tf}$$

$$T = A_s f_y / 2 = 3 \times 5.067 \times 4.2 / 2 = 31.922 \text{ tf}$$

$$\epsilon'_{s1} = \frac{0.003}{x} (x - d') = \frac{0.003}{32.83} (32.83 - 6.223) = 2.4313 \times 10^{-3} > \epsilon_y$$

$$\epsilon'_{s2} = \frac{0.003}{x} (x - 25) = 7.155 \times 10^{-4} < \epsilon_y$$

$$C_{s1} = 3 \times 5.067 (4.2 - 0.85 \times 0.315) = 59.774 \text{ tf}$$

$$C_{s2} = 2 \times 5.067 (\epsilon'_{s2} E_s - 0.85 \times 0.315) = 12.078 \text{ tf}$$

$$(2) \quad \phi P_n = 0.65 (C_c + C_{s1} + C_{s2} - T)$$

$$= 0.65 (217.576 + 59.774 + 12.078 - 31.922)$$

$$= \underline{167.38 \text{ tf}}$$

$$\phi M_n = 0.65 \left[C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_{s1} (25 - d') + T (25 - d') \right]$$

$$= 0.65 \left[217.576 \left(25 - \frac{27.09}{2} \right) + 18.777 (59.774 + 31.922) \right]$$

$$= 2739.17 \text{ tf}\cdot\text{cm} = \underline{27.392 \text{ tf}\cdot\text{m}}$$