

土壤力學 (包括基礎工程)

歐陽老師 主解

一、對於Terzaghi淺基礎承載力理論：

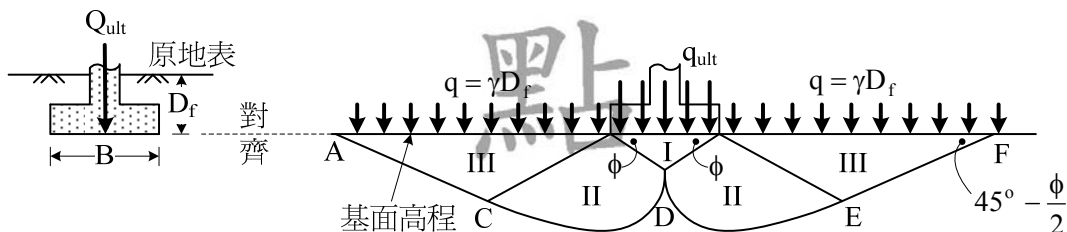
(一) 畫出全面破壞圖並標示各破壞區名稱與位置。(10分)

(二) 計算中需要那些基礎幾何與土壤參數？(15分)

試題評析	本題為基本題型，接近送分題。若看過教科書裡附圖的考生應親自畫過，以增加印象。
考點命中	Terzaghi淺基礎承載力理論用圖(全面剪力破壞)抄自《解說基礎工程》圖3-2，I區、II區和III區則見於同書3-5頁倒數第6行。

解：

(一)



Terzaghi淺基礎承載力理論用圖(全面剪力破壞)

I區是彈性區，II區是輻射剪力區(Radial Shear Zone)，III區是Rankine被動土壓力區。I區

斜線和水平夾角 ϕ ，III區斜線和水平夾角 $45^\circ - \frac{\phi}{2}$ ，II區曲線是對數螺線(Logarithmic

Spiral)。當基面(基礎版底面)之壓應力來到 q_{ult} 時，基礎下方土壤產生全面剪力破壞，I區下移，II區往下往外被推出，III區往上往外被推出，破壞面是ACDEF，破壞弧最深度大約在基面下 $1.0B$ 處。

(二) Terzaghi條型淺基礎極限承載力(Ultimate Bearing Capacity)

$q_{ult} = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}B\gamma N_\gamma$ ，計算中需要基礎短邊寬 B 與基腳埋置深度 D_f ，長邊 L 至少大於

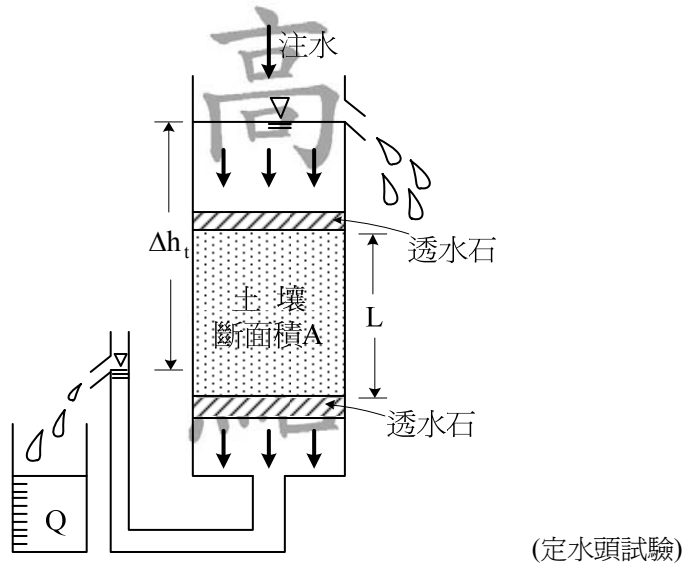
$5B$ ，也需要土壤的 c 值、 ϕ 值與單位重 γ 值。而 N_c 、 N_q 、 N_γ 均可從 ϕ 值查表。

【版權所有，翻印必究】

二、請詳述三種求取土層透水係數之室內試驗方法。(13分)及寫出其個別的計算方程式。(12分)

試題評析	本題幾乎同99年高考題目，歐陽在《解說土壤力學》第5-79頁收納此題，有到建國補習有賺到。本題要求「詳述」，所以定水頭和變水頭試驗應該畫圖推導。
考點命中	《解說土壤力學》第5-9頁、第5-14頁、第5-79頁。

解：



定水頭試驗：已知試驗耗時 t 中，累積的流量為 Q 、上下游出水口高度差 Δh_t 、土樣長度 L 以及土壤斷面積 A ，則有 $Q = qt = k i A t = k \frac{\Delta h_t}{L} A t$

故 $k = \frac{QL}{(\Delta h_t)At}$ 此試驗適合砂土

變水頭試驗：裝置的上游有一細管，斷面積 a ，試驗開始的時刻是 t_1 ，結束的時刻是 t_2 ；試驗開始的液面高差是 h_1 ，結束的液面高差是 h_2 、土樣長度 L 以及土壤斷面積 A 。在試驗中的某一時刻 t ，上下游液面高差為 h ， h 是時間 t 的函數，即 $h=h(t)$ 。在微小的單位時距 dt 內，細管內水位下降 dh ，該單位時距內離開細管而進入土樣的水量 $q_{in} = -\frac{a \cdot dh}{dt}$ ，同時距，土體末

端，單位時距離開的水量以達西定律計算得 $q_{out} = k i A = k \left(\frac{h}{L}\right)A$ 。推導中，把 i 視為 uniform，不隨地點改變而改變。設水密度維持常數，質量不減就變成體積不減，依連續方程式， $q_{in} = q_{out}$

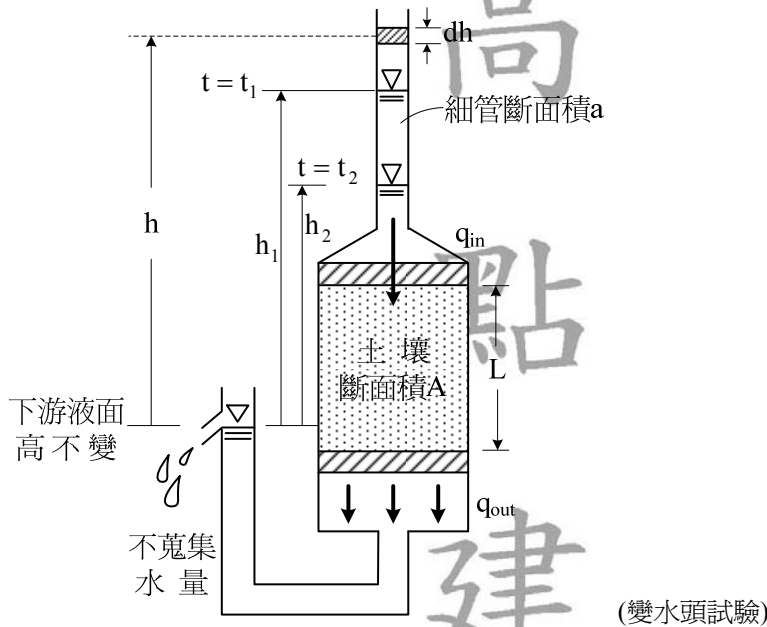
$$\Rightarrow -a \cdot \frac{dh}{dt} = k \left(\frac{h}{L}\right)A \quad \Rightarrow -\frac{dh}{h} = \frac{Ak}{aL} \cdot dt \quad (\text{正數}=\text{正數})$$

等號兩邊同時取積分， $-\int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{Ak}{aL} \cdot dt$

得 $\ln \frac{h_1}{h_2} = \frac{Ak}{aL} (t_2 - t_1)$

故 $k = \frac{aL(\ln \frac{h_1}{h_2})}{A(t_2 - t_1)} = \frac{aL(\ln \frac{h_1}{h_2})}{A\Delta t}$

此試驗適合黏土



壓密試驗 本試驗的副產品是可以求滲透係數，惟不甚準確，因為 c_v 值無法準確依賴，形成誤差傳播。 $k = c_v m_v \gamma_w$ ，此試驗適合黏土、粉土。

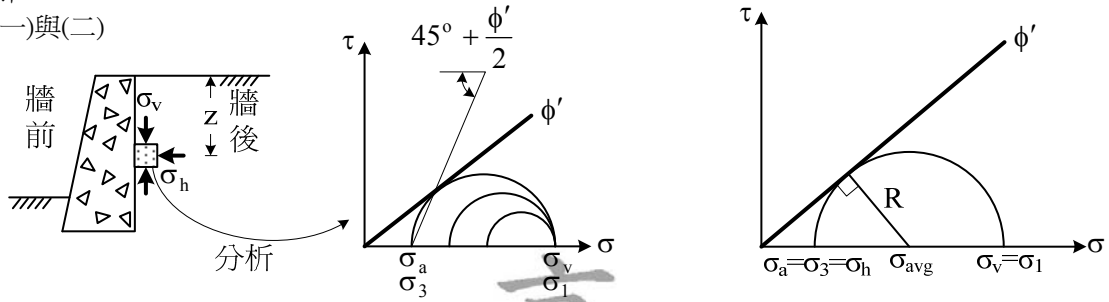
三、假定某擋土牆背填砂之莫爾庫倫破壞準則為 $\tau = \sigma_n \times \tan \phi$ ：

- (一) 畫出該破壞準則分別與主動土壓、被動土壓莫爾圓的關係。(10分)
- (二) 由第一小題的圖分別推導郎金(Rankine)主動與被動土壓係數。(10分)
- (三) 由第一小題的圖利用極點法，推出郎金(Rankine)主動土壓的破壞角傾角。(5分)

試題評析	Rankine土壓力比庫倫土壓力更常考，以上圖形歐陽老師均在上課一一畫過，有到建國補習有賺到。命中率極高！
考點命中	《解說基礎工程》第1-11頁(主動土壓力圖形)、第1-30頁(被動土壓力圖形)、第1-92頁(破壞面完全命中)。

解：

(一)與(二)



上圖是莫爾-庫倫破壞準則和主動土壓莫爾圓的關係，由圖中看出

$$\sigma_3 = \sigma_1 - 2R = \sigma_1 - 2\sigma_{avg} \sin \phi' = \sigma_1 - 2\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) \sin \phi' = \sigma_1 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi'$$

$$\text{移項得 } \sigma_3(1 + \sin \phi') = \sigma_1(1 - \sin \phi')$$

$$\text{整理得 } \sigma_3 = \sigma_1 \left(\frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} \right) = \sigma_v \left(\frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} \right)$$

又主動土壓力係數 $K_a = \sigma_h / \sigma_v$

$$\text{比對後， } K_a = \frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\phi'}{2}\right) \leq 1.0$$

下圖是莫爾-庫倫破壞準則和被動土壓莫爾圓的關係，由圖中看出

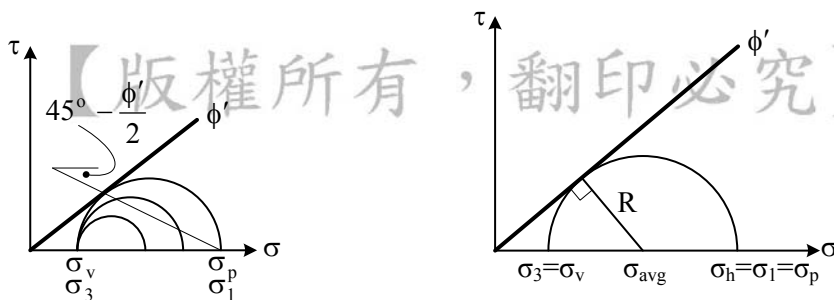
$$\sigma_1 = \sigma_3 + 2R = \sigma_3 + 2\sigma_{avg} \sin \phi' = \sigma_3 + 2\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) \sin \phi' = \sigma_3 + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi'$$

$$\text{移項得 } \sigma_1(1 - \sin \phi') = \sigma_3(1 + \sin \phi')$$

$$\text{整理得 } \sigma_1 = \sigma_3 \left(\frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \right) = \sigma_v \left(\frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} \right)$$

又被動土壓力係數 $K_p = \sigma_h / \sigma_v$

$$\text{比對後， } K_p = \frac{1 + \sin \phi'}{1 - \sin \phi'} = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi'}{2}\right) = \frac{1}{K_a} \geq 1.0$$



(三)

參考右圖

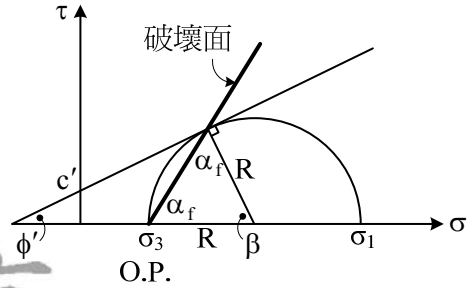
$$\phi' + \beta = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ - \phi'$$

$$\text{等腰三角形, } 2\alpha_f + \beta = 180^\circ$$

$$2\alpha_f + (90^\circ - \phi') = 180^\circ$$

$$\text{解出破壞面和水平面夾角 } \alpha_f = 45^\circ + \frac{\phi'}{2} \quad (\text{與 } c \text{ 值無關})$$



四、在土壤壓密試驗中，如何：

(一)以Casagrande圖解法求取土壤預壓密應力。(9分)

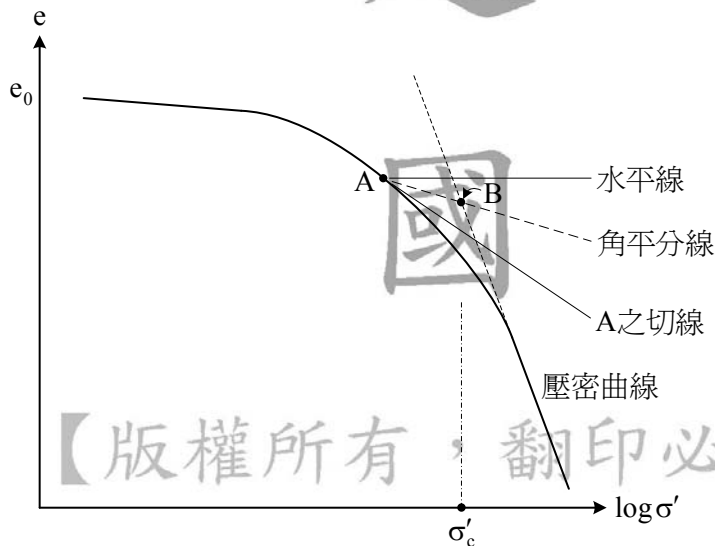
(二)以平方根時間法求取壓密係數 C_v 。(8分)

(三)以對數時間法求取壓密係數 C_v 。(8分)

試題評析	三個小題總共考三個圖解法，三個圖形歐陽老師均在上課一一畫過，有到建國補習有賺到。Casagrande圖解法求預壓密應力，歐陽上課強調10次會考，果然先知。求壓密係數 c_v 的兩法，歐陽上課用跑步生動比喻，容易記憶，果然又考。命中率極高！
考點命中	《解說土壤力學》第6-29頁(對數時間法)、第6-30頁(平方根時間法)與第6-12頁(預壓密應力)。

解：

(一)從半對數座標軸的壓密試驗曲線上，可以判讀出試體當初在現場所受過的最大有效應力，此應力稱為預壓密應力(Preconsolidation Pressure) σ'_c ，也就是土壤試體在其應力歷史上，迄今所受過的最大有效應力。



求預壓密應力 σ'_c

Casagrande 所建議求預壓密應力，步驟如下：

1. 尋找曲線上曲率半徑最小的點(A 點)。(i.e.,A 點曲率最大)
2. 過 A 點作水平線及切線。
3. 畫水平線與切線的角平分線。
4. 延伸壓密試驗的直線段，與角平分線交於 B 點，B 點對應的應力即為預壓密應力 σ'_c 。

(二) Taylor 提出平方根時間法(Square Root of Time Method)求 c_v ，此法乃以 \sqrt{t} 為橫軸，測微計讀值 d 為縱軸，繪出曲線如圖 6-18。取圖形的前段直線部份，往前後延伸，往前交縱軸得 d_s 點，往後交橫軸得 A 點，以尺量 \overline{OA} 距離，在橫軸上取 B 點使得 $\overline{OB} = 1.15 \overline{OA}$ 。將 B 點與 d_s 連線，交試驗曲線於 C 點，C 點縱座標即為「估定的」 d_{90} ，相當於壓密來到 $U_{avg} = 90\%$ ，C 點的橫座標值就是 t_{90} 。

按公式 $T \times H_{dr}^2 = c_v \times t$ ，

得 $0.848 \times H_{dr}^2 = c_v \times t_{90}$ ，將作圖法求出的 t_{90} 代入左式，即可算出 c_v 。

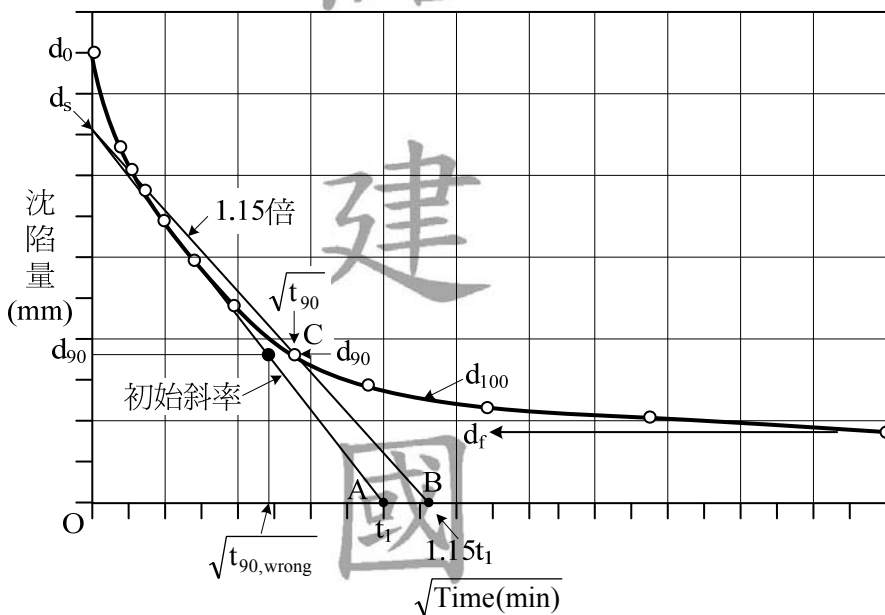


圖 6-18 Taylor 平方根時間法

(三) Casagrande 提出對數時間法(Log of Time Method)求 c_v ，此法乃以 $\log t$ 為橫軸，測微計讀值 d 為縱軸，繪出曲線如圖 6-17。在圖形的前半段，自行取時間 t 及 $4t$ ，找到這兩段時間的測微計讀值差 Δd ，將 d_1 往上移動一個 Δd ，得 d_0 ，此點視為壓密開始。將試驗的中段直線與後段直線延伸，得交點，交點對應縱軸讀值為 d_{100} ，此點視為主要壓密

結束，即 $U_{avg}=100\%$ 。

在縱軸上取 $d_{50}=(d_0+d_{100})/2$ ， d_{50} 對應的時間為 t_{50} 。

按公式 $T \times H_{dr}^2 = c_v \times t$ ，

得 $0.197 \times H_{dr}^2 = c_v \times t_{50}$ ，將作圖法求出的 t_{50} 代入左式，即可算出 c_v 。

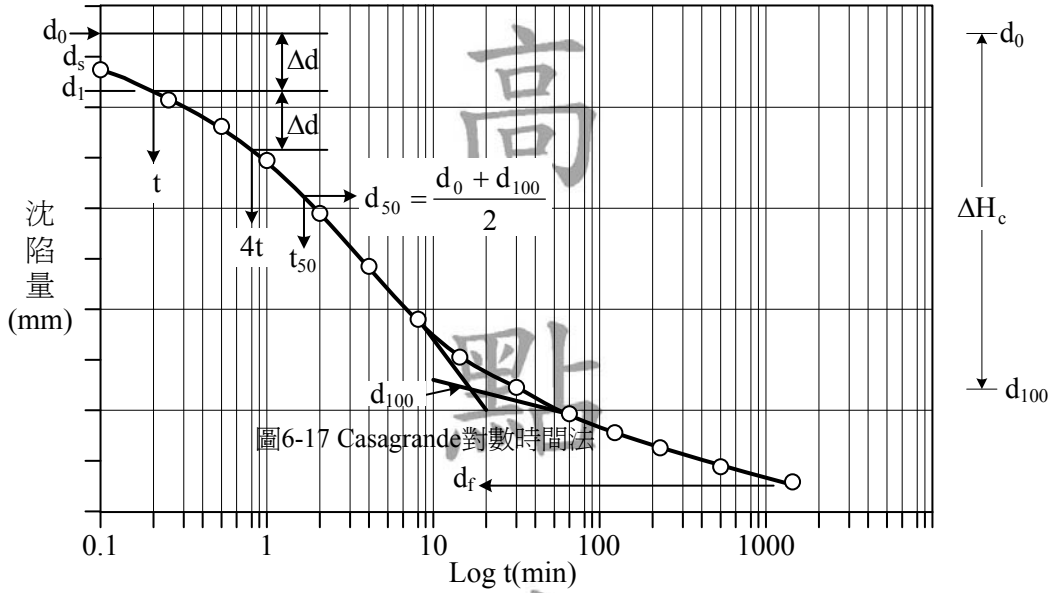


圖6-17 Casagrande對數時間法

圖6-17 Casagrande對數時間法

【版權所有，翻印必究】