

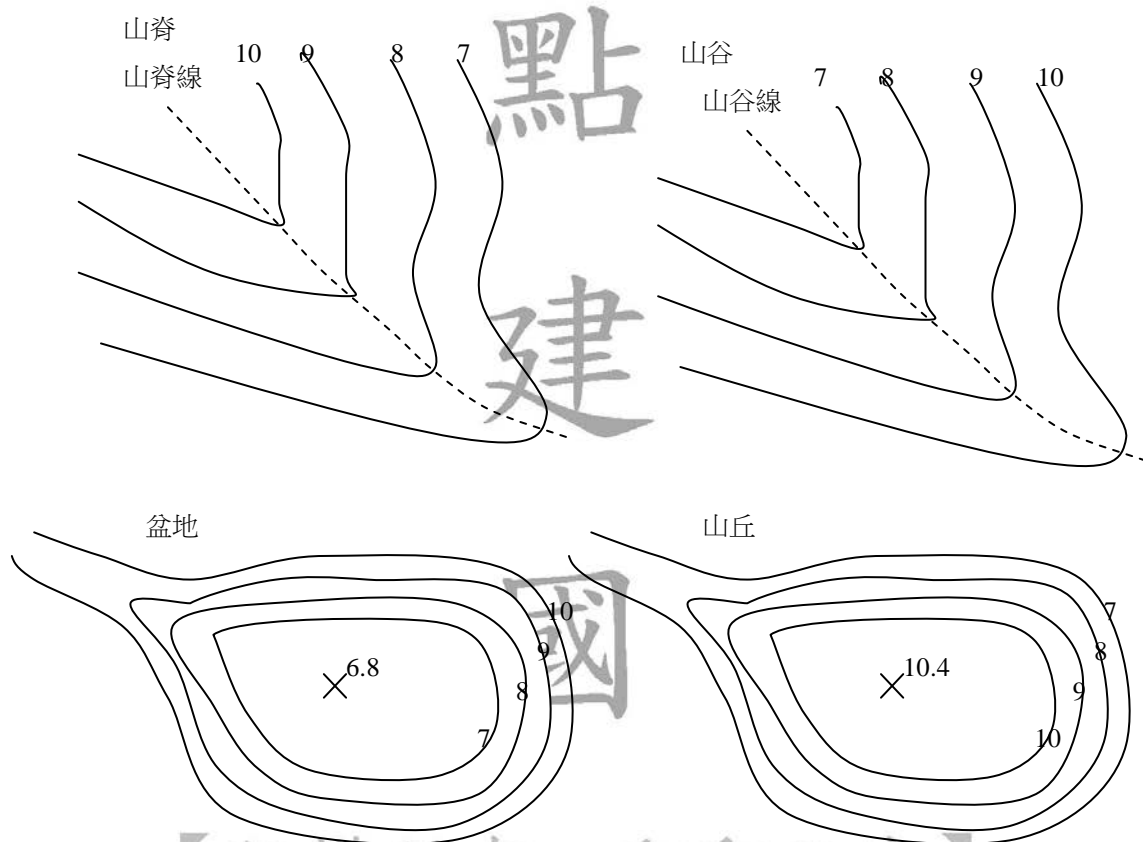
測量學

林昇老師 主解

- 一、請繪製一些等高線以描繪山脊、山谷、盆地，以及山丘四種地形，每一種地形至少以4條等高線描繪，每條等高線上須標明高程值(高程值可自行設定，惟須合理。必要時可加註高程點)。每一種地形單獨描繪一圖，並須註明為何種地形。在山脊和山谷兩圖上，另須分別各自加繪山脊線和山谷線，且須符合所繪製的等高線走勢。(25分)

試題評析	本題較偏重地形測量之實務，於實測經驗不足狀況下較難正確回答。但在地形測量講義中等高線特性的段落仍已說明。
考點命中	《高點建國測量學(二)講義》，第八章地形測量，頁23。

解：



【版權所有，翻印必究】

二、以全測站儀觀測角度時，一些儀器誤差會影響角度的正確性。請說明野外測量時，如何檢查一台全測站儀有無橫軸誤差？又透過何種測量方法可減低或消除橫軸誤差的影響？(25分)

試題評析	本題屬於經緯儀誤差之瞭解。經緯儀的舊題型不多，多以誤差的分析出現，一般不會深論其誤差的公式推導，故僅需於誤差的發生與表現進行瞭解。本題亦同，在備考時應對儀器的各種誤差影響深入瞭解則可解題。
考點命中	《高點建國測量學(一)講義》，第四章角度測量，頁67-69。

解：

先思考橫軸誤差會產生的觀測影響，若有該狀況發生則可視該儀器有橫軸誤差。

惟橫軸誤差與視準軸誤差類似，應避免誤判。

橫軸誤差：觀測方向越高，偏差越大。

檢查：

對不同高度的目標物進行正倒鏡觀測，記錄讀數，並計算正倒鏡之偏差量。

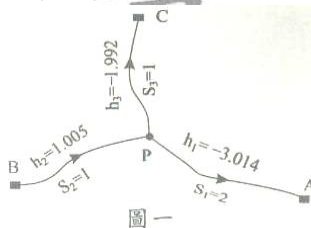
若越高的目標物，其偏差量越大，則可視該儀器有橫軸誤差。

(若各高度的偏差量一致，則可視該儀器有視準軸誤差。)

消除：

正倒鏡觀測。在計算過程的正倒平均則可消除橫軸誤差。

三、水準數據如圖一所示，圖中 S_i ($i=1, 2, 3$)表示水準路線長(單位為公里)， h_i ($i=1, 2, 3$)為高程差觀測值(單位為公尺)，箭頭方向表示高程差測量的方向。假設觀測量獨立不相關，且已知水準點A、B和C三點的高程分別為 $H_A=25.006$ 、 $H_B=26.996$ 和 $H_C=26.002$ (單位為公尺)。試列出觀測方程式和權矩陣，並估計P點高程及其標準差(又稱標準誤差、或稱中誤差)。(25分)



圖一

試題評析	本題雖為水準測量之計算，但其重點卻是在觀測方程式之條列、間接平差之計算與中誤差之計算，也就是在於測量概論中才會提及的誤差方程式。只要正確導出觀測方程式即可套用公式解算。
考點命中	《高點建國測量學(一)講義》，第一章例題，頁12及頁14。

解：

方向	已知點高程	測線長	高程差
P→HA	HA=25.006	2km	-3.014m
HB→P	HB=26.996	1km	1.005m
P→HC	HC=26.002	1km	-1.992m

列觀測方程式

$$HP-HA=+3.014+VA$$

$$HP-HB=+1.005+VB$$

$$HP-HC=+1.992+VC$$

整理

$$VA=HP-HA-3.014$$

VB=HP-HB-1.005

VC=HP-HC-1.992

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot H_P - \begin{bmatrix} H_A + 3.014 \\ H_B + 1.005 \\ H_C + 1.992 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot H_P - \begin{bmatrix} 25.006 + 3.014 \\ 26.996 + 1.005 \\ 26.002 + 1.992 \end{bmatrix} \quad \rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot H_P - \begin{bmatrix} 28.020 \\ 28.001 \\ 27.994 \end{bmatrix}$$

$$V = AX - L$$

$$V = \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; X = H_P; L = \begin{bmatrix} 28.020 \\ 28.001 \\ 27.994 \end{bmatrix}$$

因為權與距離倒數成正比

$$\text{故 } P_A : P_B : P_C = \frac{1}{S_1} : \frac{1}{S_2} : \frac{1}{S_3} \rightarrow P_A : P_B : P_C = \frac{1}{2} : \frac{1}{1} : \frac{1}{1} = 1 : 2 : 2$$

$$N = A^T P A$$

$$n = A^T P L$$

$$X = N^{-1} n$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 5$$

$$n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28.020 \\ 28.001 \\ 27.994 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28.020 \\ 28.001 \\ 27.994 \end{bmatrix} = 140.010$$

 $X = 140.010 / 5 = 28.002 \cdots$ HP點高程

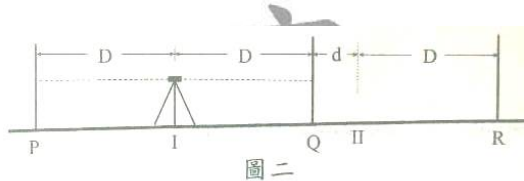
$$V = AX - L$$

$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 28.002 - \begin{bmatrix} 28.020 \\ 28.001 \\ 27.994 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0.018 \\ -0.001 \\ -0.008 \end{bmatrix}$$

加權平均值的中誤差 $\sigma_L^2 = \left(\frac{P_1}{P_1 + \cdots + P_n} \right)^2 \sigma_{l_1}^2 + \left(\frac{P_2}{P_1 + \cdots + P_n} \right)^2 \sigma_{l_2}^2 + \cdots + \left(\frac{P_n}{P_1 + \cdots + P_n} \right)^2 \sigma_{l_n}^2$

$$\text{故HP高程的中誤差} = \pm \sqrt{\frac{[V \cdot V]}{[P] \cdot (n-1)}} = \pm 8.4 \text{ mm}$$

四、如圖二所示，先將水準儀整置水平於I處，對P和Q兩處水準尺讀數分別為1.218公尺和0.927公尺；之後再將同一台水準儀整置水平於II處，對P和Q兩處水準尺讀數分別為1.492公尺和1.195公尺，另又對R點水準尺讀數為1.056公尺。若僅考慮視準軸誤差，且水平距 $D=25$ 公尺， $d=5$ 公尺，試計算P、Q兩點高程差，以及該水準儀的視準軸誤差，此項誤差請以角度量且以秒為單位來表示，並須註明俯角或仰角。又在水準儀整置水平於II處時，若要校正此項誤差，應調整水準儀十字絲，使十字絲的橫絲對準於P處水準尺讀數何處？另外，若已知P點的高程為10.000公尺，試求R點的高程。(25分)



圖二

試題評析	本題為水準儀視準軸誤差之檢校的最基本題型併延伸計算。水準儀視準軸誤差之檢校的最基本題型即為定樁法(木樁法)，只要掌握用相似三角形推出誤差量即可如講義中的例題般解算。最後再加算一點校正後的高程值即可。
考點命中	《高點建國測量學(一)講義》，第三章，頁38-39。

解：

在I 點所得 $\Delta h_{PQ}=1.218-0.927=0.291\dots$ (PQ兩點間正確高程差)

在II點所得 $\Delta h'_{PQ}=1.492-1.195=0.297\dots$ (帶有視準軸誤差的影響)

II到P距離55m，II到Q距離5m。 $D_{IP}:D_{IQ}=55:5=11:1\dots$ (即為視準軸誤差之比例)

$\Delta h'_{PQ}=(P_T+11e)-(Q_T+1e)=P_T-Q_T+10e=0.291+10e=1.492-1.195=0.297\dots e=0.6\text{mm}$ (向上)

即5m觀測距離有0.6mm向上的視準軸偏差

計算角度 $D \cdot \tan(\theta) = \varepsilon \rightarrow 5 \cdot \tan(\theta) = 0.6\text{mm} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.6\text{mm}}{5000\text{mm}}\right) = 24.75''$ (仰角)

校正

若於II處觀測P處，包含11e的視準軸誤差，及6.6mm之誤差。

原觀測得1.492m，應調整至觀測1.485m

計算R點高程

$\Delta h'_{QR}=(Q_T+1e)-(R_T+10e)=1.195-1.056$

$\Delta h_{QR}=(Q_T)-(R_T)=(1.195-e)-(1.056-10e)=1.1944-1.050=0.014$

$H_R=H_P+\Delta h_{PQ}+\Delta h_{QR}=10.000+0.291+0.014=10.305\text{m}$ (R點高程)

【版權所有，翻印必究】