104年公務人員高等考試三級考試試題

類　　別：土木工程、結構工程
科　　目：鋼筋混凝土學與設計
考試時間：2小時

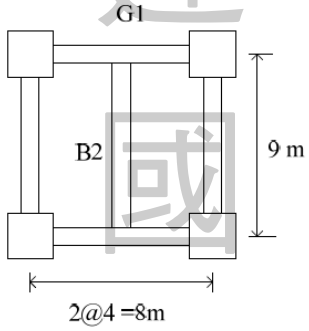
※注意：(一)可以使用電子計算器。
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

歐 陽老師　主解

※依據與作答規範：內政部營建署「混凝土結構設計規範」（內政部 100.6.9 台內營字第 1000801914 號令）；中國土木水利工程學會「混凝土工程設計規範」（土木 401-100）。
未依上述規範作答，不予計分。

D10，$d_b = 0.96$ cm ， $A_b = 0.71$ cm^2； D13，$d_b = 1.27$ cm ， $A_b = 1.27$ cm^2；
D25，$d_b = 2.54$ cm ， $A_b = 5.07$ cm^2； D29，$d_b = 2.87$ cm ， $A_b = 6.47$ cm^2；
D32，$d_b = 3.22$ cm ， $A_b = 8.14$ cm^2；
混凝土強度 $f'_c = 280$ kgf/cm^2，
D10 與 D13 之 $f_y = 2800$ kgf/cm^2；D25、D29 與 D32 之 $f_y = 4200$ kgf/cm^2

一、如下圖所示之梁版系統，試求梁 G1 與 B2 之 T 型梁有效翼寬。已知 $b_w = 35$ cm，$t = 15$ cm，$h = 60$ cm。（25 分）



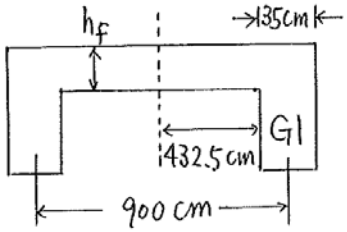
解：

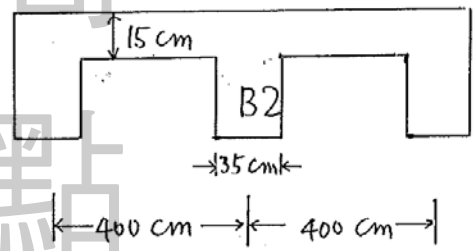
G1：

$$be = \min \begin{cases} b_w + \frac{S_0}{2} = 35 + \frac{900-35}{2} = 467.5 \text{ cm} \\ b_w + 6h_f = 35 + 6\times 15 = 125 \text{ cm} \\ b_w + \frac{L}{12} = 35 + \frac{800}{12} = 101.67 \text{ cm} \fallingdotseq 102 \text{ cm} \end{cases}$$

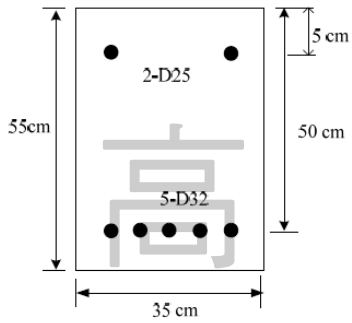
B2：

$$b_e = \min\begin{cases} \frac{S_0}{2} + b_w + \frac{S_1}{2} = 400\ cm \\ \frac{L}{4} = \frac{900}{4} = 225\ cm \\ 8h_f + b_w + 8h_f = 16\times 15 + 35 = 275\ cm \end{cases}$$





二、如下圖所示之雙筋矩形梁斷面，梁寬 b =35 cm，梁深 h = 55 cm，有效深度 d = 50 cm，d′= 5 cm，試求此斷面之設計彎矩強度。（25 分）



解：

(1) $A_s = 5\times 8.14 = 40.7\ cm^2$

$A'_s = 2\times 5.07 = 10.14\ cm^2$

檢驗極限時，拉力筋降伏否

$x_b = 0.6d = 0.6\times 50 = 30\ cm$

$a = \beta_1 x_b = 0.85\times 30 = 25.5\ cm$

$$A_{sb} \doteqdot \frac{0.85 f'_c\, ab}{f_y} + A'_s = \frac{0.85\times 280\times 25.5\times 35}{4200} + 10.14$$

$= 60.715\ cm^2 > A_s$　　拉降

檢驗極限時，壓力筋降伏否

$x' = 3d' = 3\times 5 = 15\ cm$

$a = \beta_1 x' = 0.85\times 15 = 12.75\ cm$

$$A'_{sb} = \frac{A_s f_y - 0.85 f'_c\, ab}{f_y - 0.85 f'_c} = \frac{40.7\times 4200 - 0.85\times 280\times 12.75\times 35}{4200 - 0.85\times 280}$$

$$= \frac{64732.5}{3962} = 16.34\ cm^2 > A'_s$$　　壓降

(2) 設極限時中性軸位置 x cm

$T = A_s f_y = 40.7 \times 4.2 = 170.94$ tf

$C_s = A_s' (f_y - 0.85 f_c') = 10.14 (4.2 - 0.85 \times 0.28) = 40.175$ tf

$C_c = 0.85 f_c' ab = 0.85^2 (0.28)(35x) = 7.0805x$ tf

$\Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow C_c + C_s = T$

$7.0805x + 40.175 = 170.94$

解出 $x = 18.47$ cm $< x_{0.005} = \frac{3}{8} d = \frac{3}{8} \times 50 = 18.75$ cm

$\therefore \phi = 0.9$

$a = \beta_1 x = 0.85 \times 18.47 = 15.7$ cm

$C_c = 7.0805x = 130.777$ tf

$M_n = C_c (d - \frac{a}{2}) + C_s (d - d')$

$= 130.777 (50 - \frac{15.7}{2}) + 40.175 (50 - 5)$

$= 7320.12$ tf·cm $= 73.2$ tf·m

$\phi M_n = 0.9 M_n = \underline{65.88 \text{ tf·m}}$

三、一跨度為 10 m 之簡支鋼筋混凝土矩形梁，其斷面寬 b =40 cm，梁深 h = 80 cm，有效深度 d = 73 cm，梁上承受靜載重（含自重）W_D= 3 tf/m 與活載重 W_L= 2 tf/m，試設計此梁所需之主筋與腹筋。（30 分）

解：

(1) 先求 $M_{n,0.005}$

$$x=\frac{3}{8}d=\frac{3}{8}\times 73=27.375\ cm$$

$$a=\beta_1 x=0.85\times 27.375=23.27\ cm$$

$$C_c=0.85f'_c ab=0.85\times 280\times 23.27\times 40=221530\ kgf$$

$$=221.53\ tf$$

$$M_{n,0.005}=C_c\left(d-\frac{a}{2}\right)=221.53\left(73-\frac{23.27}{2}\right)/100$$

$$=135.93\ tf\cdot m$$

$$M_{d,0.005}=\phi M_{n,0.005}=0.9\times 135.93=122.34\ tf\cdot m$$

(2) $W_u=1.2W_D+1.6W_L=1.2\times 3+1.6\times 2=6.8\ tf/m$

$$M_u=\frac{1}{8}w_u L^2=\frac{1}{8}\times 6.8\times 10^2=85\ tf\cdot m<M_{d,0.005}$$

∴單筋梁已足夠，且 $\phi=0.9$

$$M_n=\frac{M_u}{\phi}=\frac{85\times 10^5}{0.9}=9444444\ kgf\cdot cm$$

$$R_n=\frac{M_n}{bd^2}=\frac{9444444}{40\times 73^2}=44.3068\ kgf/cm^2$$

$$m=\frac{f_y}{0.85f'_c}=\frac{4200}{0.85\times 280}=17.6471$$

$$\rho=\frac{1}{m}\left[1-\sqrt{1-\frac{2mR_n}{f_y}}\right]=0.01177$$

$A_{s,req'd} = \rho bd = 0.01177 \times 40 \times 73 = 34.37\ cm^2$

主筋試 2-D32 搭 3-D29

$A_s = 8.14 \times 2 + 6.47 \times 3 = 35.69\ cm^2 > A_{s,req'd}$　　O.K.!

檢核排列間距

$3.22 \times 2 + 3 \times 2.87 + 3.22 \times 2 + 2 \times 2.87 + 4 \times 2 + 0.96 \times 2$

$= 37.15\ cm < 40\ cm$

可排於同一列

$$A_{s,min} = max\left[\frac{14}{f_y} b_w d, \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d\right]$$

$$= \frac{14}{4200} \times 40 \times 73 = 9.73\ cm^2 < A_s$$　　O.K.!

檢討裂紋

$c_c = 4. + 0.96 = 4.96\ cm$

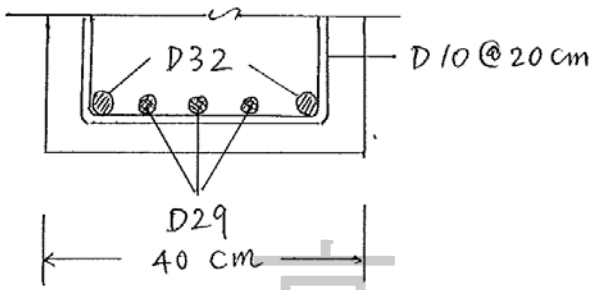
$$38\left(\frac{2800}{f_s}\right) - 2.5c_c = 38\left(\frac{2800}{\frac{2}{3} \times 4200}\right) - 2.5 \times 4.96 = 25.6\ cm$$

其中 $f_s = \frac{2}{3} f_y = 2800\ kgf/cm^2$

$$min\left\{38\left(\frac{2800}{f_s}\right) - 2.5c_c,\ 30\left(\frac{2800}{f_s}\right)\right\}$$

$= min\{25.6,\ 30\} = 25.6\ cm$

S 明顯小於 25.6 cm　　O.K.!



故主筋採用 2-D32 搭 3-D29，箍筋 D10@20cm

(3) $V_u = W_u\left(\frac{10}{2}-d\right) = 6.8(5-0.73) = 29.036\ tf$

$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}\,b_w d = 0.53\sqrt{280}\times 40\times 73 = 25896\ kgf$

$V_u = \phi(V_c + V_s) = \phi\left(V_c + \frac{A_v f_y d}{s}\right)$

$\Rightarrow 29036 = 0.75\left(25896 + \frac{2\times 0.71\times 2800\times 73}{S}\right)$

解出 $S = 22.64\ cm$　　use $S = 20\ cm$

$V_s = \frac{2\times 0.71\times 2800\times 73}{22.64} = 12819\ kgf < 2V_c$

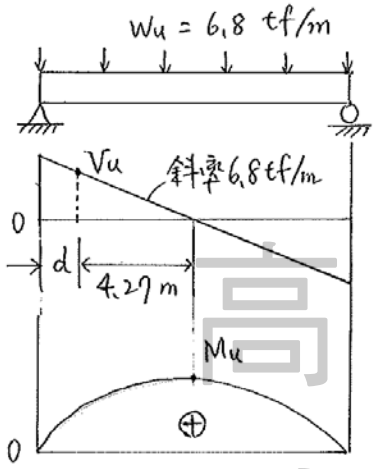
$S_{max} = \min\left[\frac{A_v f_y}{3.5 b_w}, \frac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c}\,b_w}, \frac{d}{2}, 60\ cm\right]$

$= \min\left[\frac{2\times 0.71\times 2800}{3.5\times 40}, \frac{2\times 0.71\times 2800}{0.2\sqrt{280}\times 40}, 36.5, 60\right]$

$= \min[28.4, 29.7, 36.5, 60]$

$= 28.4\ cm$

$S = 20\ cm < 28.4\ cm$　　O.K.!



Vu - dia

Mu - dia

四、鋼筋混凝土構件在承受長期載重作用下，將發生何種變形？其大小約為瞬時變形之幾倍（僅考慮壓縮變形）？其對構件行為又有何影響？（20 分）

解：

(1) 將發生潛變 (creep) 變形。

(2) 極限潛變係數 $C_u = \frac{\varepsilon_{creep}}{\varepsilon_{inst}}$

C_u 平均值約在 2.35 左右

僅考慮壓縮變形下，潛變變形約為瞬時變形的 2.35 倍。

(3) 潛變對混凝土而言，猶如 E_c 降低，在工作階段算斷面材料應力時，彈性係數比 (E_s/E_c) 會升高，鋼筋會分配到較多應力，長期後混凝土分配到的壓應力會減少。

潛變也會造成構件長期撓度增加，若在斷面內配壓力筋，則可降低構件長期撓度。